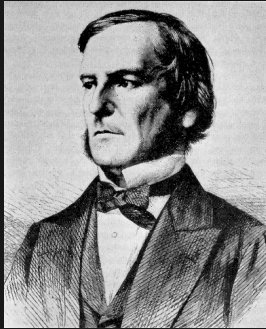


Logica booleana

Informatica@DSS 2021/2022

Massimo Lauria <massimo.lauria@uniroma1.it>
<https://massimolauria.net/informatica2021/>

George Boole (1815–1864)



Fondatore della logica matematica

- ▶ studio formale dei ragionamenti usati in matematica
- ▶ uso di manipolazioni algebriche per concetti logici

Operatori logici

Operatori che combinano espressioni booleane.

	Matematica	Python
negazione	$\neg x$	<code>not x</code>
congiunzione	$x \wedge y$	<code>x and y</code>
disgiunzione	$x \vee y$	<code>x or y</code>

Negazione logica $\neg x$

Assume il valore opposto della variable x

x	$\text{not } x$
False	True
True	False

```
porta_chiusa = False           1
porta_aperta = not porta_chiusa 2
print(porta_aperta)           3
```

True

Domanda: a cosa è uguale `not not x`?

Congiunzione logica $x \wedge y$

La congiunzione è vera quando x e y sono entrambi veri.

x	y	x and y
False	False	False
True	False	False
False	True	False
True	True	True

Esercizio: Quando vale `True` l'espressione seguente?

```
a1 and a2 and a3 and a4 and a5
```

1

Esempio di congiunzione logica

```
vento = True           1
neve  = True           2
tormenta = vento and neve  3
print(tormenta)       4
```

True

Disgiunzione logica $x \vee y$

La disgiunzione è vera quando **almeno uno** tra x e y è vero.

x	y	x or y
False	False	False
True	False	True
False	True	True
True	True	True

Esercizio: Quando vale True l'espressione seguente?

```
a1 or a2 or a3 or a4 or a5
```

1

Esempio di disgiunzione logica

```
nuvoloso = True           1
pioggia   = False        2
brutto_tempo = pioggia or nuvoloso  3
print(brutto_tempo)      4
```

True

Associatività e Commutatività

Un operatore tra due operandi, chiamiamolo \circ , si dice

- ▶ associativo, quando $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$
- ▶ commutativo, quando $a \circ b = b \circ a$

Esercizio: dimostrare che se un operatore \circ è associativo e commutativo, allora comunque vengano messe le parentesi o ordinati gli operandi nella seguente espressione

$$a_1 \circ a_2 \circ a_3 \cdots a_{n-1} \circ a_n$$

il valore dell'espressione non cambia.

Differenze con il linguaggio naturale

Nel linguaggio naturale si usa `or` in modo diverso

vado al mare o in montagna

intendendo alternative **esclusive**.

Invece l'`or` logico funziona in maniera differente, ne senso che il risultato è vero anche se entrambe le opzioni sono vere.

Or esclusivo $x \oplus y$

L'or esclusivo (XOR) è vero quando **esattamente uno** tra x e y è vero. Lo XOR è denotato anche come $x \oplus y$.

x	y	$x \oplus y$
False	False	False
True	False	True
False	True	True
True	True	False

Esercizio: Quando vale `True` l'espressione seguente?

```
a1 ^ a2 ^ a3 ^ a4 ^ a5
```

1

Regole di de Morgan

$\neg(x \vee y)$ è uguale a $\neg x \wedge \neg y$

ed anche

$\neg(x \wedge y)$ è uguale a $\neg x \vee \neg y$

Esercizio: verificare tutti e 4 i casi

Distributività

$x \wedge (y \vee z)$ è uguale a $(x \wedge y) \vee (x \wedge z)$

ed anche

$x \vee (y \wedge z)$ è uguale a $(x \vee y) \wedge (x \vee z)$

Esercizio: verificare tutti gli 8 casi