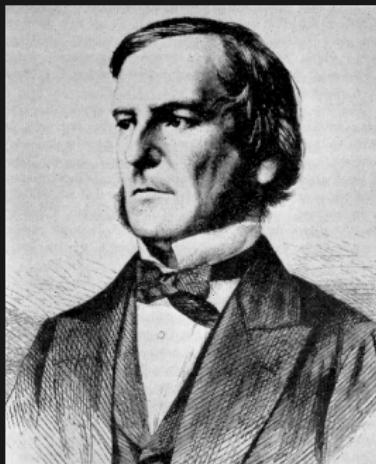


# Logica booleana

Informatica@DSS 2025/2026

Massimo Lauria <[massimo.lauria@uniroma1.it](mailto:massimo.lauria@uniroma1.it)>  
<https://massimolauria.net/informatica2025/>

# George Boole (1815–1864)



Fondatore della logica matematica

- ▶ studio formale dei ragionamenti usati in matematica
- ▶ uso di manipolazioni algebriche per concetti logici

# Operatori logici

Operatori che combinano espressioni booleane.

|              | Matematica   | Python               |
|--------------|--------------|----------------------|
| negazione    | $\neg x$     | <code>not x</code>   |
| congiunzione | $x \wedge y$ | <code>x and y</code> |
| disgiunzione | $x \vee y$   | <code>x or y</code>  |

# Negazione logica $\neg x$

Assume il valore opposto della variable  $x$

| x     | not x |
|-------|-------|
| False | True  |
| True  | False |

```
porta_chiusa = False  
porta_aperta = not porta_chiusa  
print(porta_aperta)
```

1  
2  
3

True

**Domanda:** a cosa è uguale  $\text{not } \text{not } x$ ?

# Congiunzione logica $x \wedge y$

La congiunzione è vera quando  $x$  e  $y$  sono entrambi veri.

| x     | y     | x and y |
|-------|-------|---------|
| False | False | False   |
| True  | False | False   |
| False | True  | False   |
| True  | True  | True    |

**Esercizio:** Quando vale True l'espressione seguente?

```
a1 and a2 and a3 and a4 and a5
```

1

# Esempio di congiunzione logica

```
vento = True  
neve = True  
tormenta = vento and neve  
print(tormenta)
```

1  
2  
3  
4

```
True
```

# Disgiunzione logica $x \vee y$

La disgiunzione è vera quando **almeno uno** tra  $x$  e  $y$  è vero.

| x     | y     | x or y |
|-------|-------|--------|
| False | False | False  |
| True  | False | True   |
| False | True  | True   |
| True  | True  | True   |

**Esercizio:** Quando vale True l'espressione seguente?

a1 or a2 or a3 or a4 or a5

1

# Esempio di disgiunzione logica

```
nuvoloso = True          1  
pioggia   = False         2  
brutto_tempo = pioggia or nuvoloso 3  
print(brutto_tempo)      4
```

```
True
```

# Associatività e Commutatività

Un operatore tra due operandi, chiamiamolo  $\circ$ , si dice

- ▶ associativo, quando  $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$
- ▶ commutativo, quando  $a \circ b = b \circ a$

**Esercizio:** dimostrare che se un operatore  $\circ$  è associativo e commutativo, allora comunque vengano messe le parentesi o ordinati gli operandi nella sequente espressione

$$a_1 \circ a_2 \circ a_3 \cdots a_{n-1} \circ a_n$$

il valore dell'espressione non cambia.

# Differenze con il linguaggio naturale

Nel linguaggio naturale si usa or in modo diverso

vado al mare o in montagna

intendendo alternative **esclusive**.

Invece l'or logico funziona in maniera differente, ne senso che il risultato è vero anche se entrambe le opzioni sono vere.

# Or esclusivo $x \oplus y$

L'or esclusivo (XOR) è vero quando **esattamente uno** tra  $x$  e  $y$  è vero. Lo XOR è denotato anche come  $x \oplus y$ .

| x     | y     | $x \wedge y$ |
|-------|-------|--------------|
| False | False | False        |
| True  | False | True         |
| False | True  | True         |
| True  | True  | False        |

**Esercizio:** Quando vale True l'espressione seguente?

a1  $\wedge$  a2  $\wedge$  a3  $\wedge$  a4  $\wedge$  a5

1

# Regole di de Morgan

$\neg(x \vee y)$  è uguale a  $\neg x \wedge \neg y$

ed anche

$\neg(x \wedge y)$  è uguale a  $\neg x \vee \neg y$

**Esercizio:** verificare tutti e 4 i casi

# Distributività

$x \wedge (y \vee z)$  è uguale a  $(x \wedge y) \vee (x \wedge z)$

ed anche

$x \vee (y \wedge z)$  è uguale a  $(x \vee y) \wedge (x \vee z)$

**Esercizio:** verificare tutti gli 8 casi